

Praktikum Messtechnik

Gruppe 5.2.2

Versuch:

- 503 -

Untersuchungen von Meßgliedern im Zeit- und
Frequenzbereich

Versuchsdatum:

24.03.2004

Teilnehmer:

Fußmann, Ardan
Uhl, Michael

Versuchsvorbereitung:**Berechnung von Grenzfrequenzen:**

Für das Tiefpaßfilter 1. Ordnung nach Bild 2.2 der Versuchsbeschreibung lautet die Übertragungsfunktion:

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{-1}{1 + j\omega RC} = \frac{-1}{1 + j\omega\tau}$$

$$|\underline{G}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$$

Hieraus kann nun mit den Bauteilwerten $R = 10k\Omega$ und $C = 3,3\mu F$ die Grenzfrequenz dieses Tiefpaßfilters bestimmt werden:

$$2\pi f_g = \frac{1}{\tau} \rightarrow \underline{f_g} = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10k\Omega \cdot 3,3\mu F} = \underline{\underline{4,83kHz}}$$

Für die Tiefpaßfilter 2. Ordnung gilt folgende Beziehung:

$$|\underline{G}(j\omega)| = \left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 C_1 C_2 R^2)^2 + 9\omega^2 C_1^2 R_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

solve $(\omega^4 C_1^2 C_2^2 R^4 + (9C_1^2 R^2 - 2C_1 C_2 R^2) \omega^2 - 1 = 0, \omega)$;

$$\omega_1 := \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2} \sqrt{C_1 (-9 C_1 + 2 C_2 + \sqrt{81 C_1^2 - 36 C_1 C_2 + 8 C_2^2})}}{C_1 C_2 R}$$

$$\omega_2 := -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{2} \sqrt{C_1 (-9 C_1 + 2 C_2 + \sqrt{81 C_1^2 - 36 C_1 C_2 + 8 C_2^2})}}{C_1 C_2 R}$$

$$\omega_3 := \frac{1}{2} \frac{\sqrt{-2 C_1 (9 C_1 - 2 C_2 + \sqrt{81 C_1^2 - 36 C_1 C_2 + 8 C_2^2})}}{C_1 C_2 R}$$

$$\omega_4 := -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{-2 C_1 (9 C_1 - 2 C_2 + \sqrt{81 C_1^2 - 36 C_1 C_2 + 8 C_2^2})}}{C_1 C_2 R}$$

Demnach besitzt das Filter nach Bild 2.3 folgende Grenzfrequenz:

$$(w_2 = -136 \cdot 10^3 s^{-1}) ; (w_3 = -j \cdot 274 \cdot 10^3 s^{-1}) ; (w_4 = j \cdot 274 \cdot 10^3 s^{-1})$$

$$w_1 = 136 \cdot 10^3 s^{-1} \Rightarrow \underline{\underline{f_g = 21,6kHz}}$$

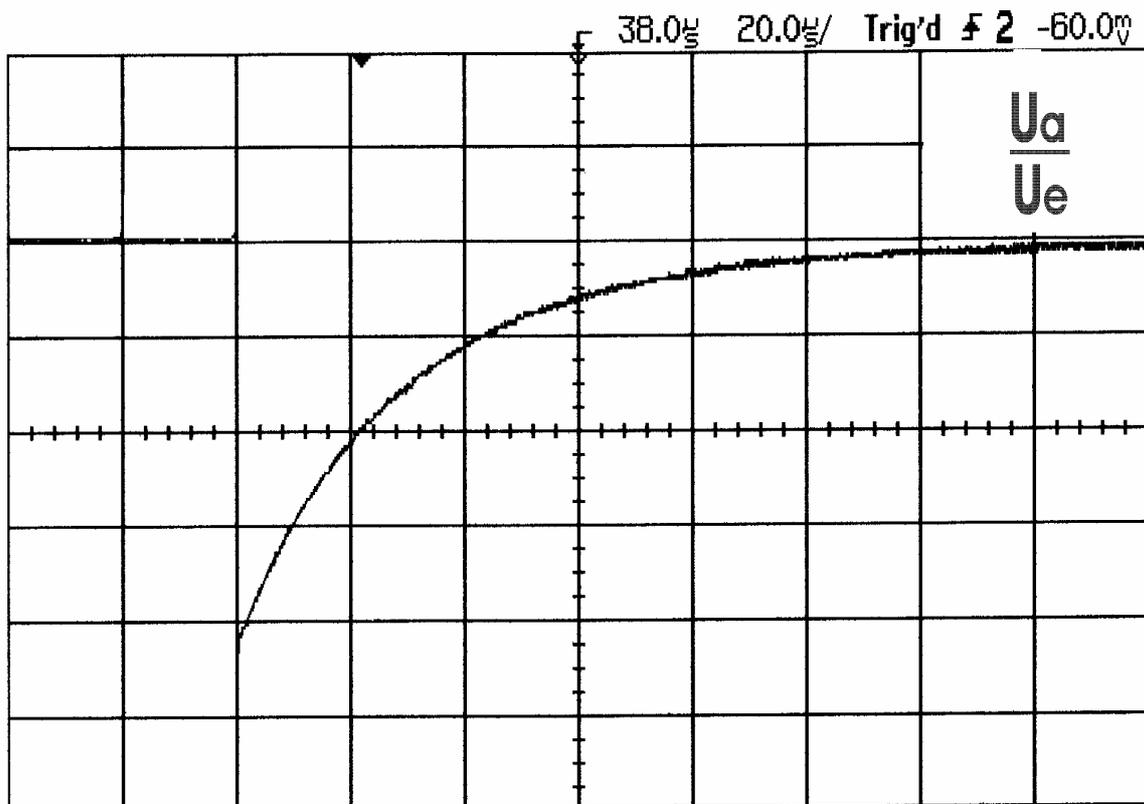
Das Filter nach Bild 2.4 weist folgende Grenzfrequenz auf:

$$(w_2 = -234 \cdot 10^3 s^{-1}) ; (w_3 = -j \cdot 110 \cdot 10^3 s^{-1}) ; (w_4 = j \cdot 110 \cdot 10^3 s^{-1})$$

$$w_1 = 234 \cdot 10^3 s^{-1} \Rightarrow \underline{\underline{f_g = 37,2kHz}}$$

Versuchsdurchführung:**Messungen im Zeitbereich (Verzögerungsglieder 1. Ordnung):**

Vom Tiefpaßfilter nach Bild 2.2 wurde die Übertragungsfunktion mit dem Oszilloskop aufgenommen. Dazu wurde auf die Schaltung eine Rechteckspannung mit der Frequenz $f_R = 300\text{Hz}$ und der Amplitude $\hat{u}_R = 5\text{V}$ gegeben.

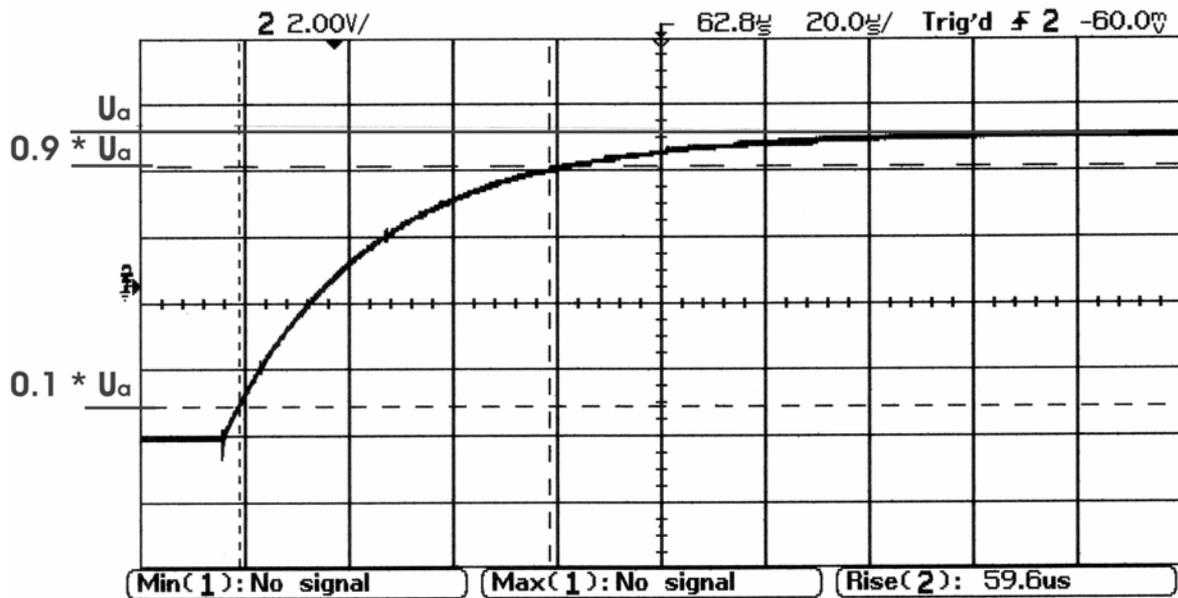


- Abbildung 1 -

Abbildung 1 zeigt die Übertragungsfunktion des Tiefpaßfilter. Dazu wurde die Eingangsspannung U_e auf den Kanal 1 des Oszilloskops und die Ausgangsspannung U_a auf den Kanal 2 des Oszilloskops gelegt. Anschließend wurde der Kanal 2 durch den Kanal 1 dividiert.

Im Anschluß wurde die Zeitkonstante τ und die Anstiegszeit t_a bestimmt.

Die beiden Zeiten wurden Mithilfe der Cursor am Oszilloskop bestimmt. Die Zeitkonstante τ entspricht dabei die verstrichene Zeit, bis das Ausgangssignal 63% seines Endwertes erreicht hat. Die Anstiegszeit ist die Zeitdifferenz zwischen 10% und 90% des Endwertes des Ausgangssignal.

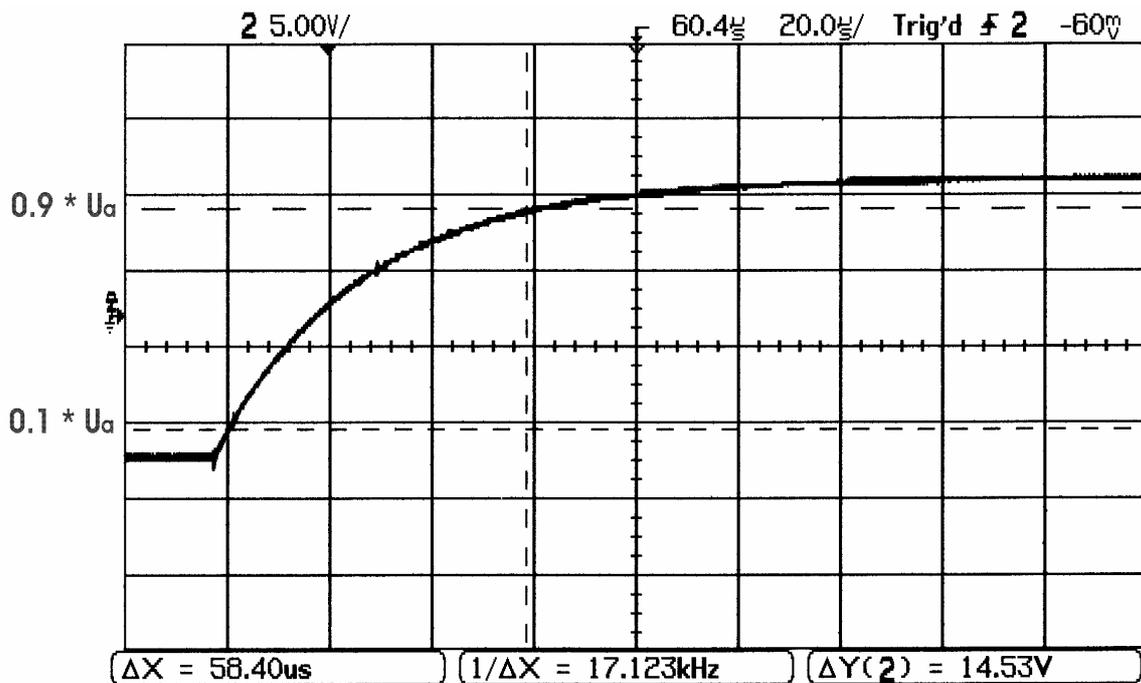


- Abbildung 2 -

Die Anstiegszeit t_a beträgt 59,6 μ s.

Die Zeitkonstante τ beträgt 28,8 μ s.

Anschließend wurden die beiden Tiefpässe in einer Kettenschaltung angeordnet und davon die resultierende Anstiegszeit gemessen:

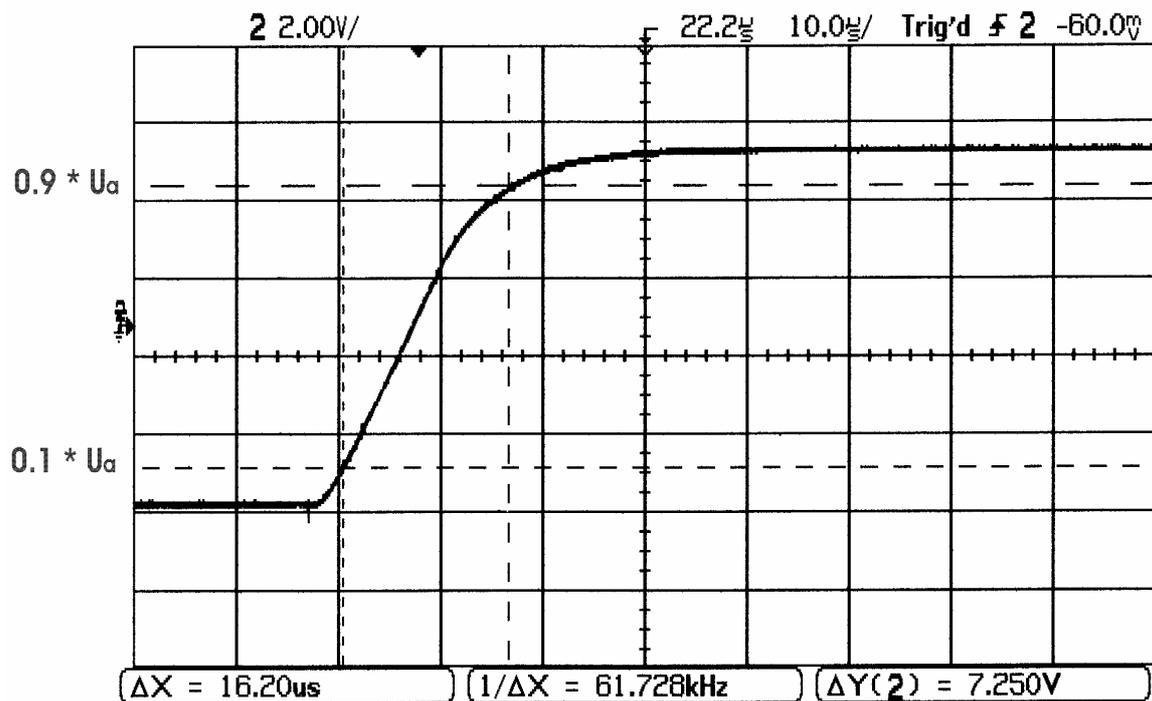


- Abbildung 3 -

Nach Abbildung 3 beträgt die Anstiegszeit der Kettenschaltung der beiden PT1-Glieder
 $\underline{t_a = 58,4\mu s}$.

Messungen im Zeitbereich (Verzögerungsglieder 2. Ordnung):

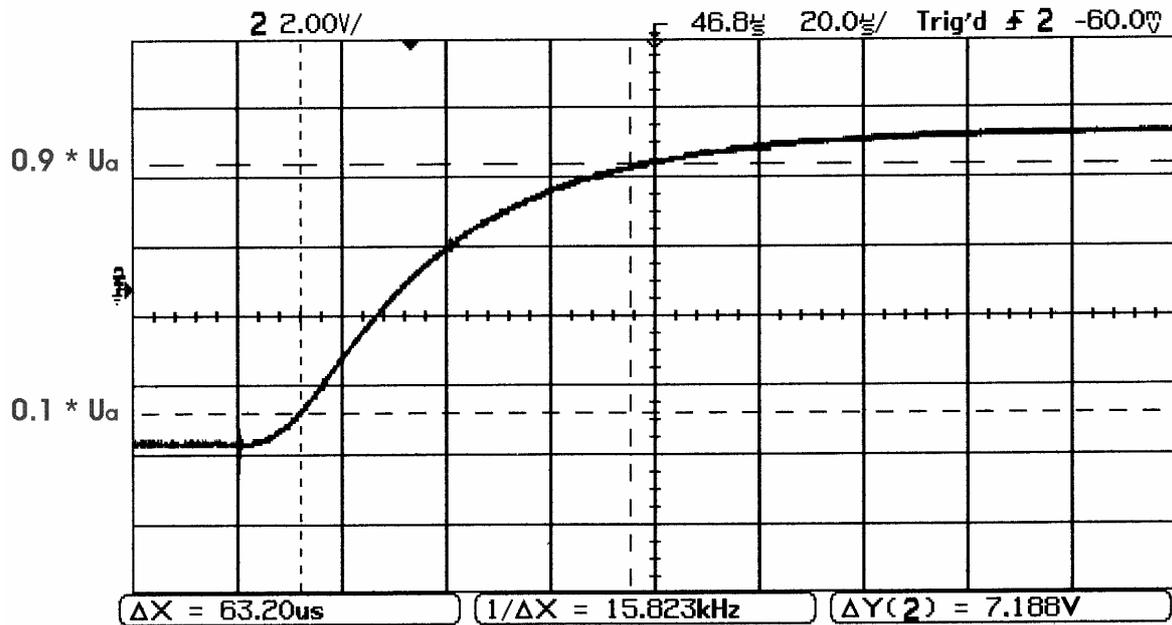
Im Folgenden wurde die Anstiegszeit t_a des Tiefpasses nach Bild 2.3 (PT2-Glied) gemessen:



- Abbildung 4 -

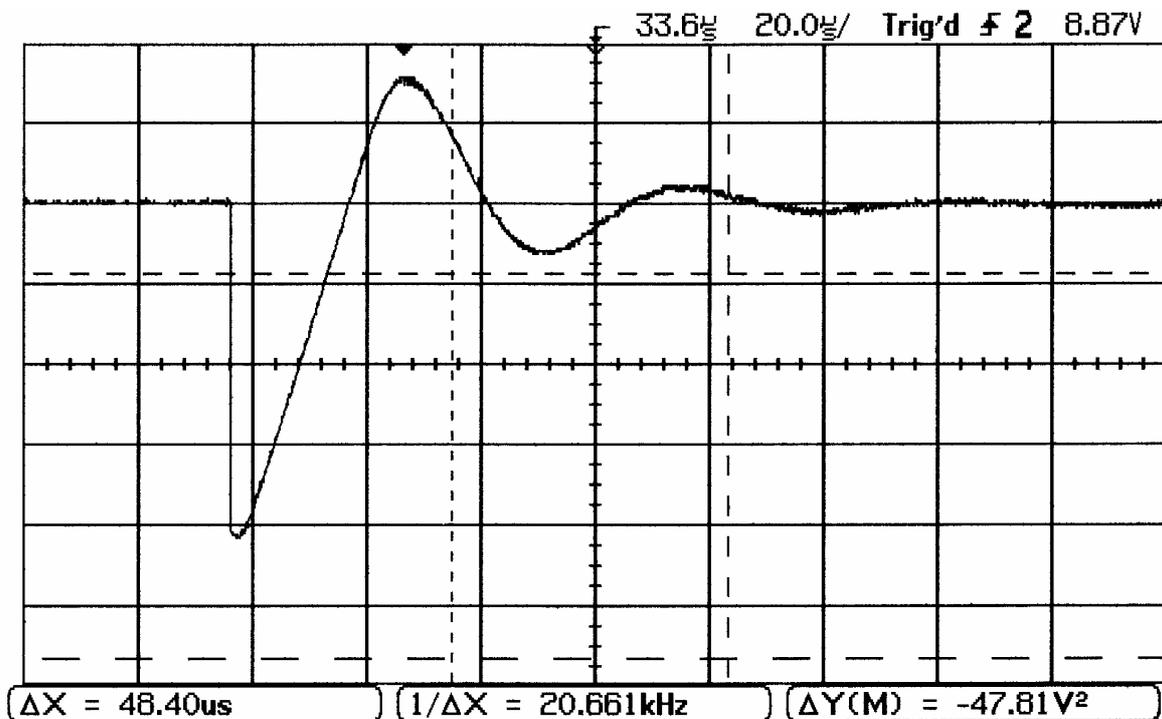
Laut Abbildung 4 beträgt diese: $\underline{t_a = 16,2\mu s}$

Im Anschluß wurde eine Kettenschaltung aus dem Tiefpaß nach Bild 2.2 und dem Tiefpaß nach Bild 2.3 realisiert. Von dieser Schaltung wurde ebenfalls die Anstiegszeit t_a bestimmt.



- Abbildung 5 -

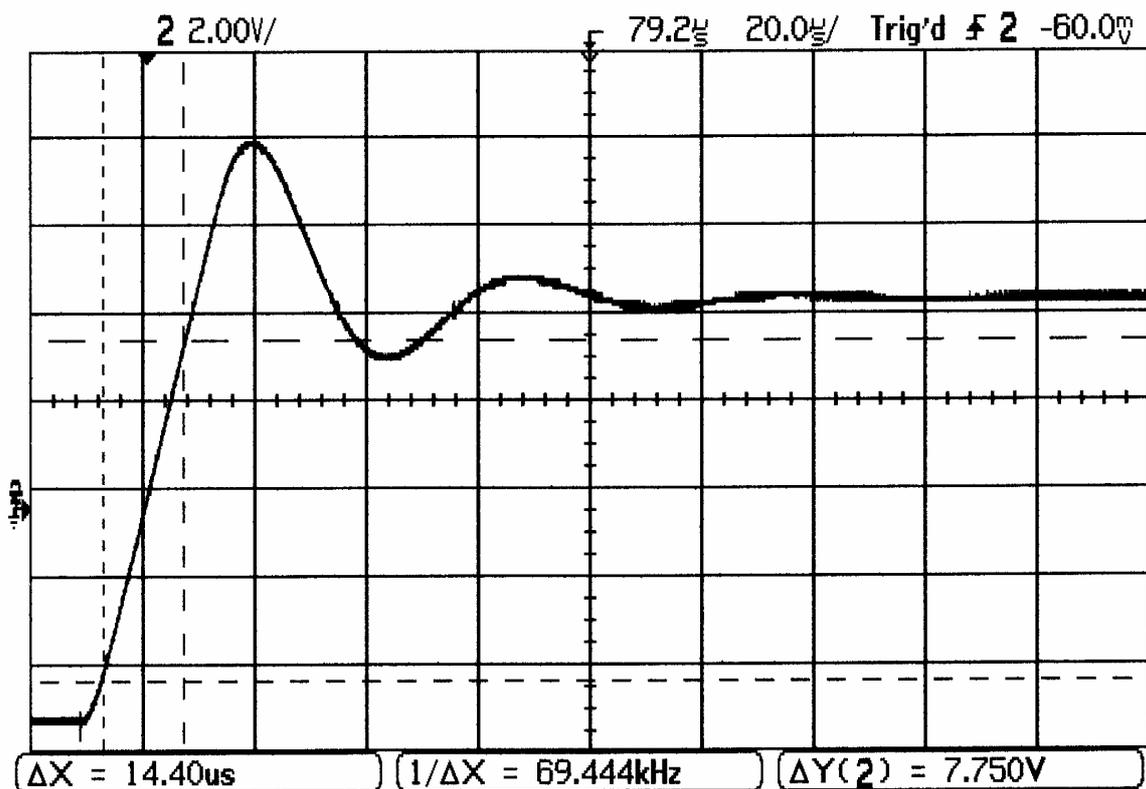
Die Messung mit dem Cursors des Oszilloskops ergab eine Anstiegszeit t_a von $63,2\mu s$.



- Abbildung 6 -

Abbildung 6 zeigt die Übertragungsfunktion des Tiefpaßfilters nach Bild 2.4 der Aufgabenstellung. Die Übertragungsfunktion wurde mit dem DSO aufgenommen. Dabei wurde die Eingangsspannung auf den Kanal 1 und die Ausgangsspannung auf Kanal 2 gelegt. Das Eingangssignal wurde zusätzlich noch invertiert. Dies ermöglichte, daß man die Ausgangsspannung durch die Eingangsspannung dividieren konnte.

Nach dieser Messung wurde der zeitliche Verlauf der Ausgangsspannung aufgenommen um die Meßgrößen nach Bild 2.1 der Aufgabenstellung aufzunehmen. Diese wurden mittels des Cursors am Oszilloskop ermittelt.



- Abbildung 7 -

Aus Abbildung 7 gehen folgende Größen hervor:

$$U_{1m} = 3,50V$$

$$U_{2m} = 1,44V$$

$$U_{3m} = 0,56V$$

$$U_0 = 9,56V$$

$$T_e = 48,4\mu s$$

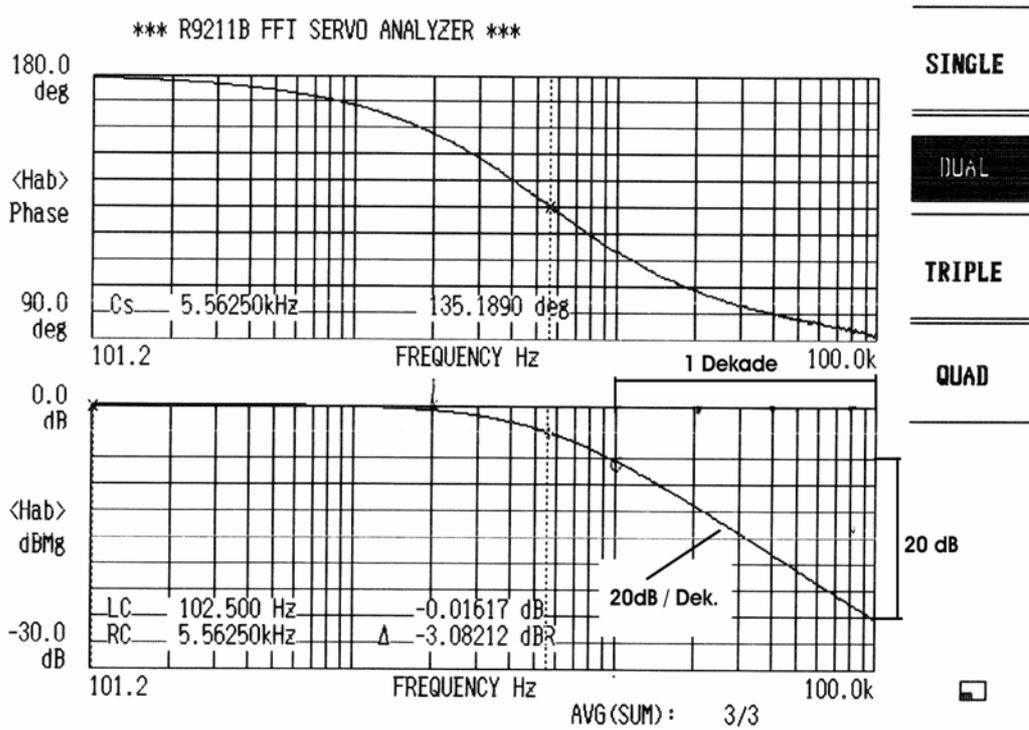
Messungen im Frequenzbereich (Verzögerungsglied 1. Ordnung):

Zunächst wurde der Amplituden- und Phasengang des Filters nach Bild 2.2 mittels Oszilloskop aufgenommen. Dazu wurde ein Sinussignal mit der Amplitude $U_e = 1V$ auf den Tiefpaß gegeben. Die Frequenz dieses Signals wurde im Bereich $100Hz \leq f \leq 100kHz$ geändert. Die Messung ergab folgende Meßwerte:

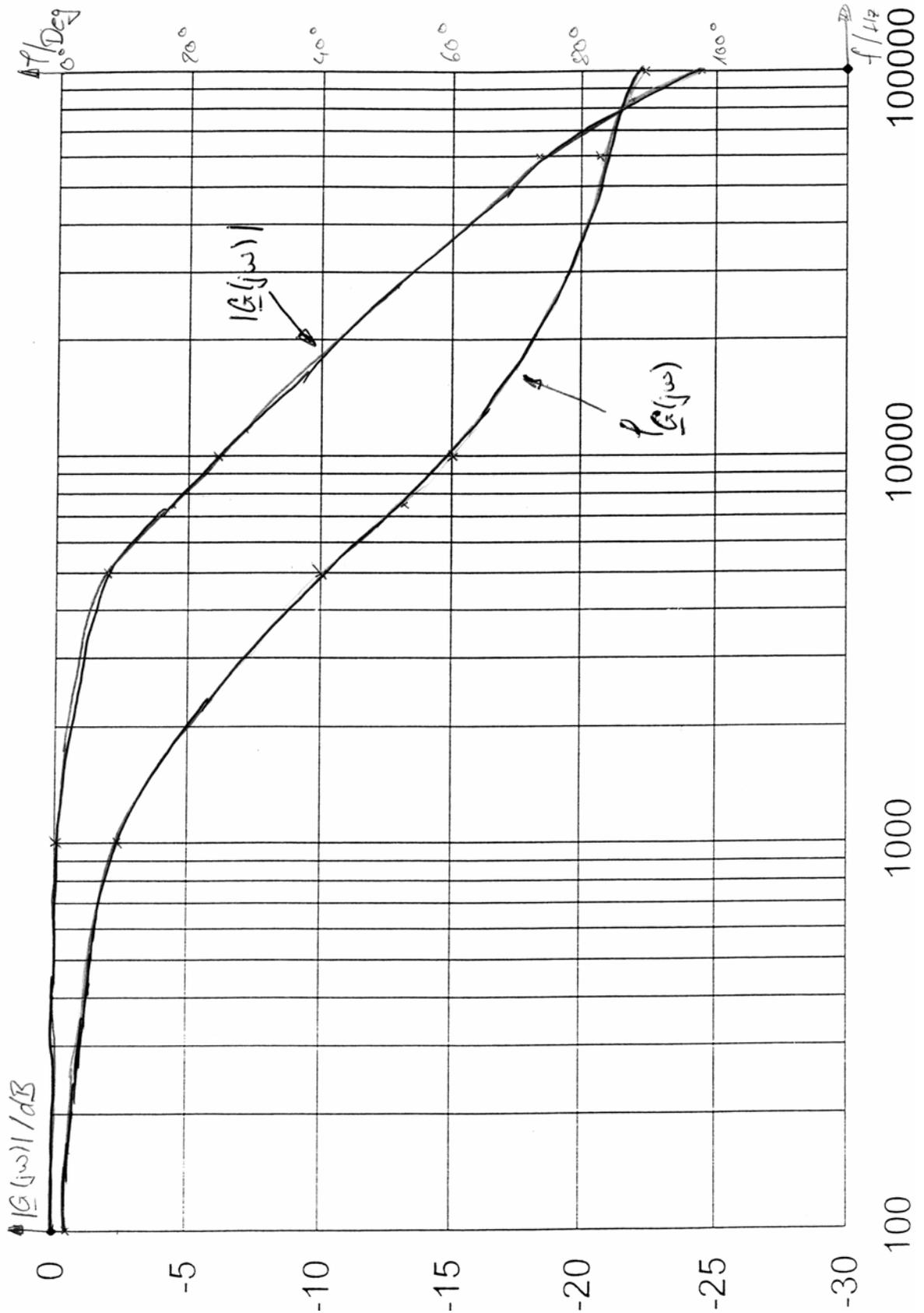
f [Hz]	Ausgangsspg. U_a [V]	$20 \log \frac{U_a}{U_e}$ [dB]	Phasenverschiebung ϕ [°]
100	1	0	2
1000	1	0	11
5000	0,765	-2,33	40
7500	0,615	-4,22	53
10000	0,515	-5,76	60
50000	0,135	-17,39	83
75000	0,080	-21,94	89
100000	0,065	-23,74	90

Diese Meßwerte ergeben ein Amplituden- bzw. Phasendiagramm nach Abbildung 8.

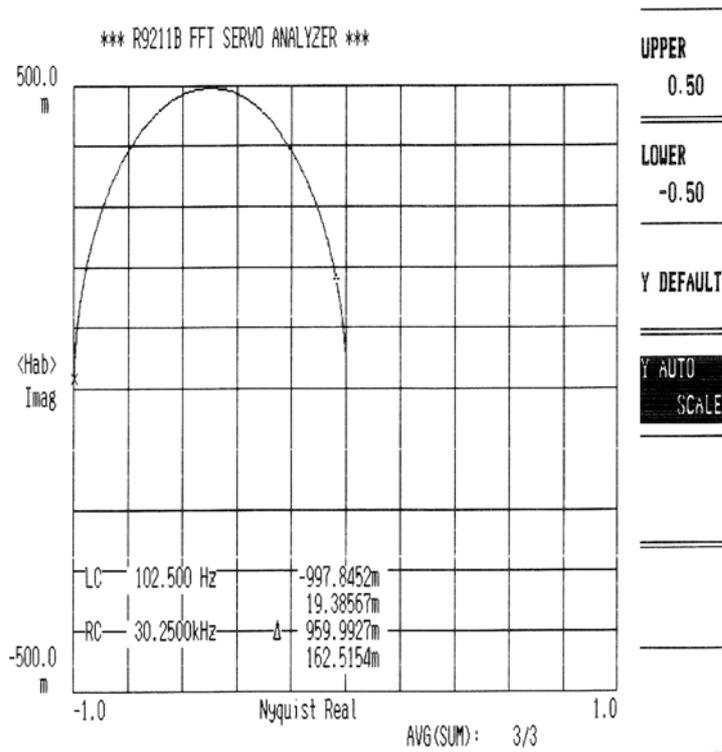
Danach wurde der Amplituden- und Phasengang sowie die Ortskurve (Nyquistdiagramm) mit dem FFT-Analysator ermittelt. Dies ergab folgende Ausdrücke:



- Abbildung 9 -



- Abbildung 8 -



- Abbildung 10 -

Im oberen Teil der Abbildung 9 ist der Phasengang, im untern Teil der Amplitudengang, des Tiefpasses nach Bild 2.2 dargestellt. Abbildung 10 zeigt die Ortskurve.

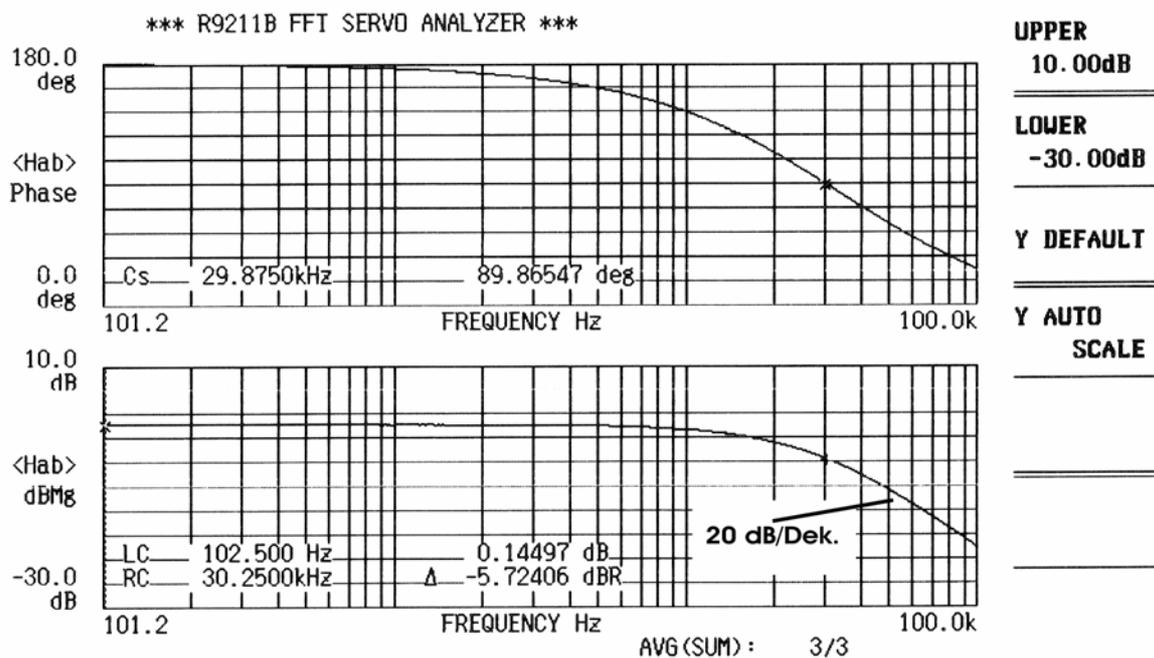
Aus dem Amplitudengang wurde mit dem Cursor des FFT-Analysators die Grenzfrequenz bestimmt. Diese beträgt $f_g = 5,56\text{kHz}$. Die dazugehörige Phasenverschiebung ergab mittels Cursormessung $\varphi_{f_g} = 135,20^\circ$.

Messungen im Frequenzbereich (Verzögerungsglieder 2. Ordnung):

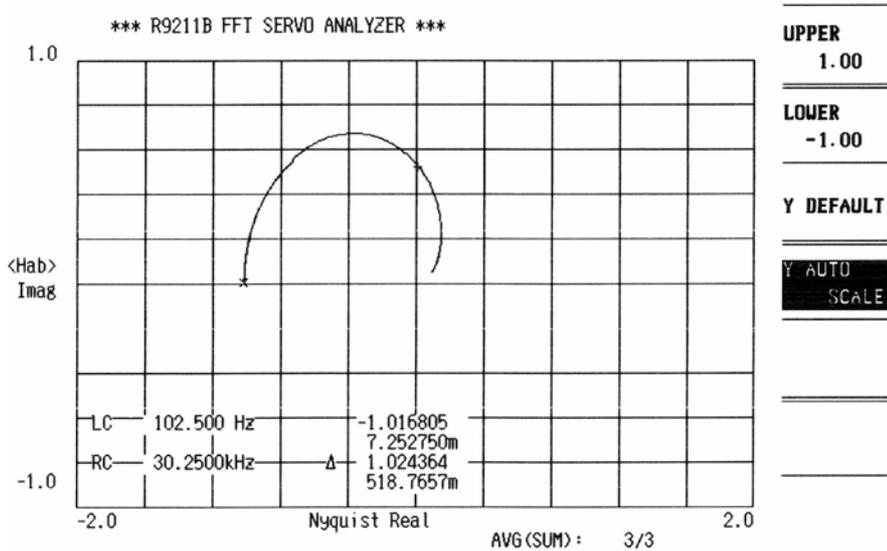
Die Messungen mit dem FFT-Analysators ergab beim Tiefpaß nach Bild 2.3 folgendes Ergebnis:

Aus dem Amplitudengang: Grenzfrequenz: $f_g = 30,25kHz$

Aus dem Phasengang: Phasenverschiebung bei $f_g : \varphi_{fg} = 89,87^\circ$

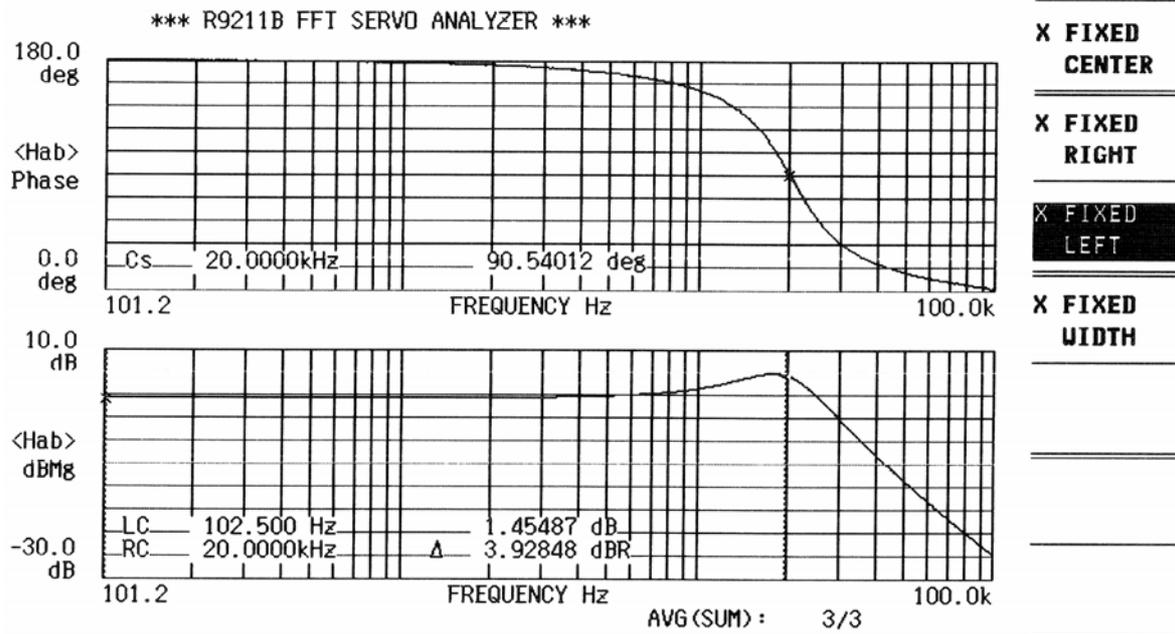


- Abbildung 11 -

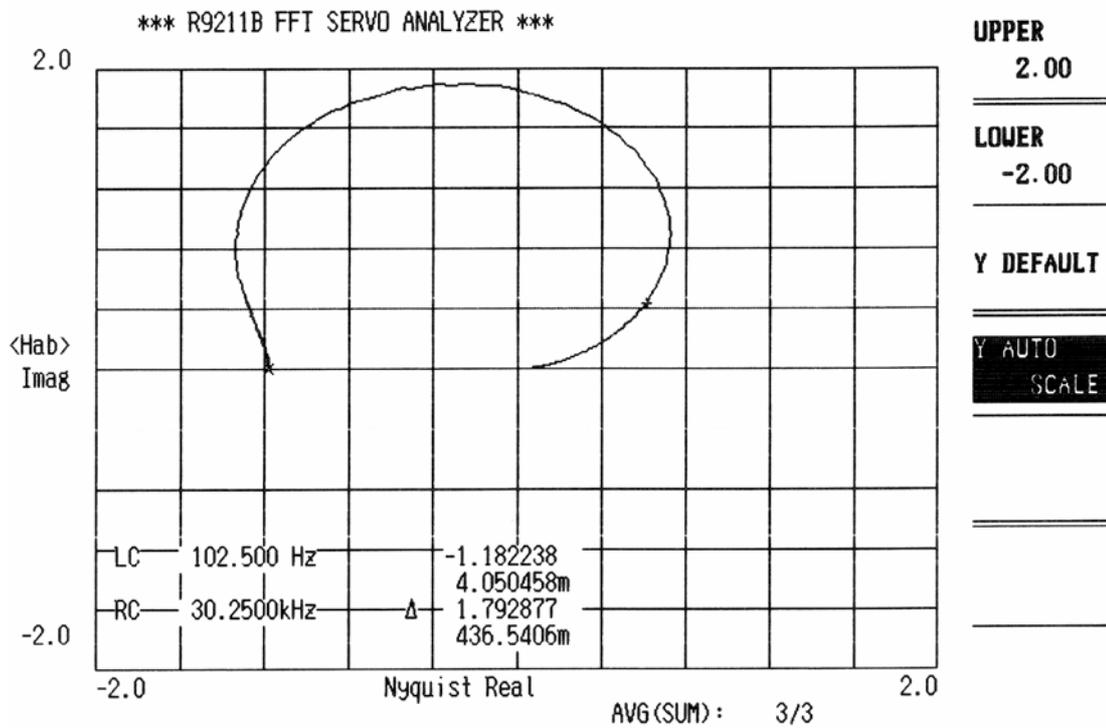


- Abbildung 12 -

Im Anschluß wurde der Tiefpaß nach Bild 2.4 mit dem Spektrumanalysator vermessen.
Abbildung 13 zeigt den Amplituden- und Frequenzgang des Filters:



- Abbildung 13 -



- Abbildung 14 -

In Abbildung 14 ist das dazugehörige Nyquistdiagramm zu sehen.

Cursormessungen ergab folgende Ergebnisse:

Grenzfrequenz: $f_g = 20kHz$

Phasenverschiebung: $\varphi_{fg} = 90,54^\circ$

Amplitudenüberhöhung: $\Delta \hat{U} = 3,92dB$

Auswertung der Messergebnisse:**Kenngrößen aus den Übertragungsfunktionen:**Messung der Zeitkonstante τ (2.1.1)Berechnetes τ :

$$\underline{\underline{\tau_{\text{gemessen}} = 28,8 \mu\text{s}}}$$

$$\underline{\underline{\tau_{\text{berechnet}} = RC = 33 \mu\text{s}}}$$

Die Abweichung rührt aus der Meßungenauigkeit. Des weiteren bleiben R bzw. C der Leitungen in der Rechnung unberücksichtigt.

Dämpfung \mathcal{G} und Kennfrequenz f_0 des Tiefpasses nach 2.4:

$$\Lambda = -\ln \frac{u_{1m}}{u_{3m}} = \frac{2\pi\mathcal{G}}{\sqrt{1-\mathcal{G}^2}} = -\ln \frac{3,500}{0,563} = -1,827$$

$$\underline{\underline{\mathcal{G} = \sqrt{\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + 4\pi^2}} = \sqrt{\frac{(-1,827)^2}{(-1,827)^2 + 4\pi^2}} = 0,279}}$$

$$\underline{\underline{f_0 = \frac{f_e}{\sqrt{1-\mathcal{G}^2}} = \frac{1}{T_e \sqrt{1-\mathcal{G}^2}} = \frac{1}{48,4 \mu\text{s} \sqrt{1-(0,279)^2}} = 21,52 \text{kHz}}}}$$

Anstiegszeiten der Kettenschaltungen:

a) Kettenschaltung 2.2 & 2.2:

$$\text{Berechnung: } t_{\text{ares}} = \sqrt{t_{a1}^2 + t_{a2}^2} = \sqrt{(59,6 \mu\text{s})^2 + (59,6 \mu\text{s})^2} = 84,3 \mu\text{s}$$

$$\text{Messung: } t_{\text{ares}} = 58,4 \mu\text{s}$$

$$\text{Fehler: } F = \left| \frac{t_{a\text{Messung}} - t_{a\text{Rechnung}}}{t_{a\text{Rechnung}}} \right| = \left| \frac{58,4 - 84,3}{84,3} \right| = 0,31$$

b) Kettenschaltung 2.3 & 2.2:

$$\text{Berechnung: } t_{\text{ares}} = \sqrt{t_{a1}^2 + t_{a2}^2} = \sqrt{(16,2 \mu\text{s})^2 + (59,6 \mu\text{s})^2} = 61,76 \mu\text{s}$$

$$\text{Messung: } t_{\text{ares}} = 63,2 \mu\text{s}$$

$$\text{Fehler: } F = \left| \frac{t_{a\text{Messung}} - t_{a\text{Rechnung}}}{t_{a\text{Rechnung}}} \right| = \left| \frac{63,2 - 61,76}{61,76} \right| = 0,02$$

Kenngrößen aus dem Amplituden- und Phasengang:Grenzfrequenz, Dämpfung:

Tiefpaß	$f_{gMessung}$ [kHz]	$f_{gRechnung}$ [kHz]	$\varphi_{fgMessung}$ [°]	Steilheit [dB]
2.2	5,56	4,83	135,2	-6 dB / Oktave
2.3	30,25	21,6	89,87	-4 dB / Oktave
2.4	20,0	37,2	90,54	-13 dB / Oktave

Die gemessenen Grenzfrequenzen weichen von den errechneten ab, da in der Rechnung keine Kapazitäten des OP-Verstärkers bzw. Leitungswiderstände, -kapazitäten oder -induktivitäten berücksichtigt wurden. Des weiteren gibt es Abweichungen aufgrund von Meßungenauigkeiten.

$$|G(j\omega)|_{\max} = \frac{1}{2g\sqrt{1-g^2}}$$

$$g^2 - g^4 = \left(\frac{1}{2|G(j\omega)|_{\max}} \right)^2 \quad \text{mit } x = g^2 \text{ folgt:}$$

$$x^2 - x - \left(\frac{1}{2|G(j\omega)|_{\max}} \right)^2 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2|G(j\omega)|_{\max}} \right)^2}}{2}$$

$$\text{mit } |G(j\omega)|_{\max} = e^{\frac{\Delta \hat{U}}{20dB}} = e^{\frac{3,92}{20}} = 1,21 \text{ folgt}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 1,21} \right)^2}}{2} = 0,92$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 1,21} \right)^2}}{2} = 0,22$$

$$(g_1 = \sqrt{x_1} = \sqrt{0,92} = 0,96)$$

$$\underline{\underline{g}} = \sqrt{x_2} = \sqrt{0,22} = \underline{\underline{0,47}}$$

Anstiegszeit, Bandbreite:

$$B = \frac{0,34}{t_a}$$

Tiefpaß	Anstiegszeit t_a [μ s]	Bandbreite B_{Rechnung} [kHz]	Bandbreite $B_{\text{Messung}} = f_g$ [kHz]
2.2	59,6	5,7	5,56
2.3	16,2	21,0	30,25
2.4	11,4	29,8	20

Ortskurven:

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{1 + j\omega \cdot 3C_1R + (j\omega)^2 \cdot C_1C_2R^2}$$

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{U_a}{U_e}\right\} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{C_1C_2R^2}} = \sqrt{\frac{1}{2,7\text{nF} \cdot 6,9\text{nF} \cdot (1,2\text{k}\Omega)^2}} = 193,1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

$$f_{\text{Berechnung}} = \frac{\omega}{2\pi} = 30,7\text{kHz}$$

$$f_{\text{Messung}} = 30,25\text{kHz}$$